



Artigo submetido ao Curso de Engenharia Civil da UNESC -  
como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro Civil



# ANÁLISE DOS MODELOS DE CÁLCULO PROPOSTOS PELA NBR 6118:2014 PARA O DIMENSIONAMENTO DE ESTRIBOS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Bruna Just Meller (1), Alexandre Vargas (2)

UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense

(1)[brunajmeller@hotmail.com](mailto:brunajmeller@hotmail.com), (2)[avargas@unesc.net](mailto:avargas@unesc.net)

## RESUMO

A NBR 6118:2014 apresenta dois modelos de cálculo para o dimensionamento de estribos em vigas de concreto armado submetidas à força cortante: Modelo de Cálculo I e Modelo de Cálculo II. O presente trabalho tem como objetivo estabelecer qual modelo leva ao dimensionamento mais econômico, quanto ao consumo de armadura transversal, atendendo todas as condições de segurança impostas. Calculou-se pelos dois modelos as áreas das armaduras transversais em vigas, variando-se as seções transversais, classes de concreto, valores do esforço cortante e ângulo  $\theta$  da biela de compressão no Modelo II, totalizando 357 vigas que implicaram em 606.900 diferentes combinações. Como resultados, obteve-se que a adoção do Modelo II com ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$  resulta na menor área de aço da armadura transversal, chegando a 30% de economia em relação ao Modelo I, e que o aumento do ângulo  $\theta$  conduz ao aumento da área de aço da armadura transversal. Ao adotar ângulo  $\theta$  compreendido entre  $39^\circ$  e  $40^\circ$ , os valores das áreas se igualam e, a partir desse ponto, a adoção do Modelo I proporciona maior economia, que pode chegar a 19% ao adotar-se o ângulo  $\theta$  de  $45^\circ$  no Modelo II.

*Palavras-Chave: Cisalhamento. Esforço cortante. Estribos em vigas.*

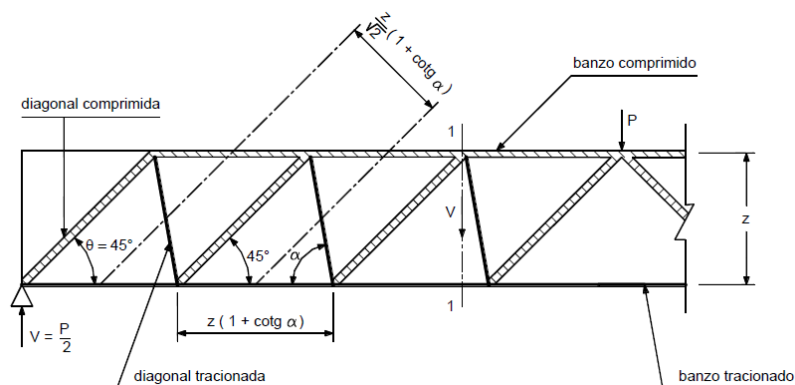
## 1. INTRODUÇÃO

A NBR 6118:2014 propõe, em seu item 17.4, dois modelos de cálculo para a determinação da armadura de cisalhamento de elementos lineares submetidos à força cortante. Tais modelos baseiam-se na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça, que, conforme Bastos (2015, p.11):

[...] consiste em simbolizar a armadura transversal como as diagonais inclinadas tracionadas (montantes verticais no caso de estribos verticais), o concreto comprimido entre as fissuras como as diagonais inclinadas comprimidas (bielas de compressão), o banzo inferior como a armadura de flexão tracionada e o banzo superior como o concreto comprimido acima da linha neutra (no caso de momento fletor positivo).

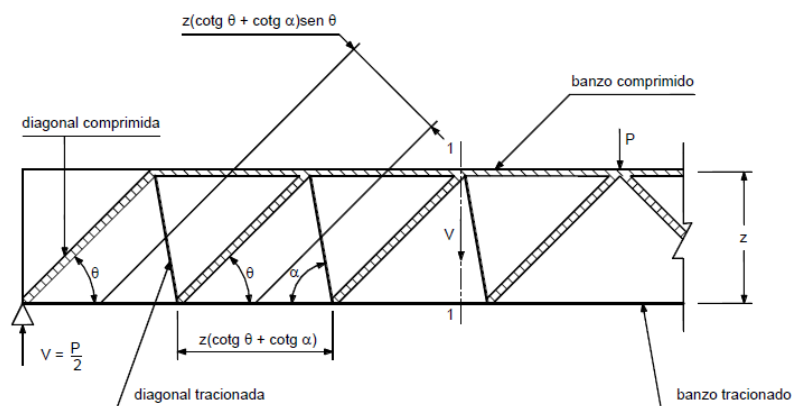
O Modelo de Cálculo I é fundamentado no modelo clássico da treliça proposto por Ritter e Mörsch, conforme a Figura 1, e fixa o ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas de concreto comprimidas em  $45^\circ$ . O Modelo de Cálculo II, por sua vez, baseia-se na teoria da treliça generalizada e permite a variação do ângulo  $\theta$  entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , como mostra a Figura 2.

Figura 1 – Viga representada segundo a treliça clássica de Ritter-Mörsch.



Fonte: BASTOS (2015).

Figura 2 – Viga representada segundo a treliça generalizada.



Fonte: BASTOS (2015).

A NBR 6118:2014 (item 17.4.1) admite que o modelo de treliça seja associado a mecanismos resistentes complementares, desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ , que corresponde à “máxima força cortante que uma viga sem estribos pode resistir” (BASTOS, 2015, p.20). Nas situações de flexão simples, o Modelo de Cálculo I considera essa parcela igual a  $V_{c0}$  e com valor constante que independe da força cortante de cálculo ( $V_{sd}$ ). Para a

mesma situação, no Modelo de Cálculo II, a parcela complementar  $V_c$  é variável e depende do valor de  $V_{sd}$ .

Nos dois modelos, a armadura transversal pode apresentar ângulo  $\alpha$  de inclinação dos estribos variando entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, sendo usual a utilização de estribos com inclinação de  $90^\circ$ . Para Carvalho e Figueiredo Filho (2014, p.281), “a maneira de a peça resistir ao esforço cortante estará condicionada pela disposição adotada para a armadura transversal.” Segundo Duarte (2005), ângulos diferentes de  $\alpha = 90^\circ$  não são usuais devido às dificuldades de montagem das armaduras e do controle do ângulo de estribos que não são verticais.

Apesar de os dois modelos considerarem que a viga tem comportamento análogo ao de uma treliça de banzos paralelos, percebe-se que cada modelo apresenta suas próprias condições de cálculo em virtude das diferentes considerações adotadas e, por consequência, podem apresentar diferentes valores para áreas das armaduras transversais. O presente trabalho tem como objetivo analisar as diferenças obtidas no dimensionamento das armaduras de combate à força cortante em vigas de concreto armado, quando dimensionadas pelos dois modelos cálculo, e estabelecer parâmetros para a adoção do modelo mais econômico. A pesquisa consiste em calcular a área da armadura transversal ( $A_{sw}$ ) em vigas, com variação das seções transversais, classes de concreto, valores da força cortante e do ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas de concreto comprimidas no intervalo de  $30^\circ$  à  $45^\circ$ , estabelecido para o Modelo de Cálculo II. Pretende-se, ao final, determinar qual combinação propicia a armadura mais econômica de combate ao cisalhamento.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

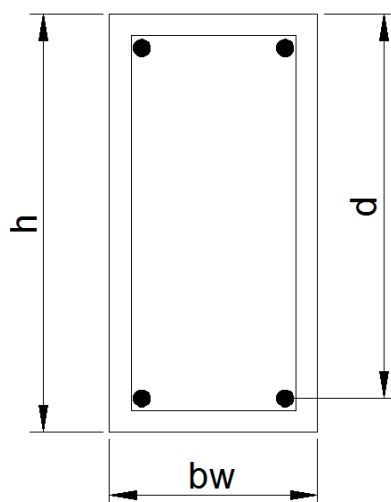
O presente estudo foi realizado em duas etapas. Primeiramente foram identificadas as variáveis pertinentes ao estudo e pré-estabelecidos parâmetros e delimitações para a realização do mesmo. Além disso, foram selecionadas vigas representativas do problema em análise, com diferentes seções transversais, classes de concreto, e submetidas a diferentes valores de forças cortantes. A segunda etapa corresponde a uma análise das equações do item 17.4 da NBR 6118:2014, que apresenta os

procedimentos de cálculo para os dois modelos, e na elaboração de uma planilha eletrônica para determinação da armadura transversal, para então dimensionar as vigas estabelecidas na primeira etapa.

## 2.1 PARÂMETROS E DELIMITAÇÕES

Os parâmetros e delimitações, descritos a seguir, foram estabelecidos com base na NBR 6118:2014 e nas características usuais de projetos desenvolvidos na região de Criciúma. Todas as vigas possuem seções transversais retangulares e são submetidas à flexão normal simples, como ilustra a Figura 3.

Figura 3 – Seção transversal das vigas.



Fonte: Do autor (2016).

- As larguras das seções transversais ( $b_w$ ) foram fixadas em 12, 15 e 20 cm. Trabalhou-se com a altura útil ( $d$ ) no intervalo de 20 a 100 cm, variando de 5 em 5 cm.
- As classes de concreto adotadas foram de C20, C25, C30, C35, C40, C45 e C50, grupo I das classes de resistência de concretos estruturais.
- Foram adotados estribos verticais ( $\alpha=90^\circ$ ) individuais com dois ramos. O menor diâmetro utilizado foi de 5,0 mm, por ser mínimo especificado pela NBR 6118:2014. A norma ainda preconiza em seu item 17.4.2 que a tensão

na armadura transversal passiva ( $f_{ywd}$ ) é limitada ao valor da resistência de cálculo de escoamento do aço ( $f_{yd}$ ), no caso de estribos, e não pode tomar valores superiores a 435 MPa. Por esse motivo, mesmo quando se utiliza CA60, o valor limite de  $f_{yd}$  é 435 MPa.

- Para o Modelo de Cálculo I, o ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas de concreto comprimidas é igual a  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Para o Modelo de Cálculo II, variou-se o ângulo  $\theta$  de um em um grau no intervalo de  $30^\circ$  a  $45^\circ$ .
- Os coeficientes de ponderação das resistências seguem o descrito no item 12.4 da NBR 6118:2014, onde, para situações normais, adota-se o coeficiente de ponderação da resistência do concreto ( $\gamma_c$ ) de 1,4 e coeficiente de ponderação da resistência do aço ( $\gamma_s$ ) de 1,15.
- Estabeleceu-se uma faixa para as forças cortantes de serviço ( $V_{sk}$ ) de 10 a 1000 kN, variando a cada 10 kN. A NBR 6118:2014 cita em seu item 11.7 que as ações devem ser majoradas pelo coeficiente de ponderação das ações ( $\gamma_f$ ), cujo valor é 1,4 para situações normais, fixado no presente estudo.
- Por definições da NBR 6118:2014, o método de dimensionamento não se aplica para vigas-parede, em que a relação entre o vão e a altura ( $l / h$ ) é inferior a 2 em vigas biapoiadas e inferior a 3 em vigas contínuas, além dos elementos cujo  $b_w > 5d$ , caso que deve ser tratado como laje.

Ao todo, foram dimensionadas 357 vigas, as quais geraram 606.900 combinações, sendo 35.700 para Modelo de Cálculo I e 571.200 para Modelo de Cálculo II. Os próximos itens apresentam as equações para o cálculo dos estribos, além das verificações estabelecidas pela NBR 6118:2014 para vigas sujeitas a esforço de cisalhamento.

## 2.2 CONDIÇÕES DE SEGURANÇA VÁLIDAS PARA OS DOIS MODELOS

Foram verificadas as condições de segurança do elemento estrutural impostas pela NBR 6118:2014 (item 17.4.1.1) onde a resistência do elemento estrutural é

considerada satisfatória quando são verificados os estados limites últimos, atendidas simultaneamente as condições expressas nas Equações 1 e 2.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{Equação (1)}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Equação (2)}$$

Onde:  $V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo na seção;

$V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

$V_c$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;

$V_{sw}$  = parcela da força cortante resistida pela armadura transversal.

Além disso, segundo a NBR 6118:2014, vigas submetidas à força cortante devem conter taxa geométrica da armadura transversal mínima, expressa na Equação 3.

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \sin \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad \text{Equação (3)}$$

Onde:  $A_{sw}$  = área da seção transversal dos estribos;

$b_w$  = largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção;

$s$  = espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto. Para concretos de classe até C50,  $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$  e das classes C55 até C90,  $f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck})$ ;

$f_{ywk}$  = resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

Para estribos verticais ( $\alpha=90^\circ$ ), utilizando o espaçamento  $s$  igual a 100 cm e isolando  $A_{sw}$  na Equação 3, a armadura mínima, por metro linear, pode ser calculada conforme a Equação 4.

$$A_{sw, \text{mín}} = 0,2 \frac{f_{ct,m} b_w}{f_{ywk}} \quad \text{Equação (4)}$$

### 2.3 MODELO DE CÁLCULO I

As armaduras transversais de todas as vigas foram dimensionadas pelo Modelo de Cálculo I por meio das equações e condições preconizadas no item 17.4.2.2 da NBR 6118:2014. Inicialmente, foram verificadas as condições de segurança descritas no item 2.2 do presente trabalho. De posse da Equação 5, verificou-se a compressão diagonal do concreto.

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad \text{Equação (5)}$$

Onde:  $\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$ , sendo  $f_{ck}$  (resistência característica do concreto a compressão) expresso em megapascal (MPa);

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

$b_w$  = menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil;

$d$  = altura útil da seção.

Verificando o atendimento da condição da Equação 1, encontrou-se a parcela  $V_c$ . Para vigas submetidas à flexão simples, a NBR 6118:2014 entende que  $V_c=V_{c0}$ , onde  $V_{c0}$  é expresso pela Equação 6.

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad \text{Equação (6)}$$

Onde:  $f_{ctd} = f_{ctk,inf}/\gamma_c$  = resistência de cálculo do concreto à tração direta, onde  $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$ . Para concretos de classe até C50,  $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$  e das classes C55 até C90,  $f_{ct,m} = 2,12 \ln(1+0,11 f_{ck})$ ;

$b_w$  = menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil;

$d$  = altura útil da seção.

A partir da Equação 2, igualando a força cortante de cálculo à máxima força cortante resistente de cálculo, relativa à ruptura da diagonal tracionada ( $V_{Sd} = V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ ) e isolando a força cortante resistida pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ), tem-se a Equação 7.

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c \quad \text{Equação (7)}$$

Onde:  $V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo na seção;

$V_c$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça.

A Equação 8, disponível na NBR 6118:2014, expressa a força cortante resistida pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ).

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\sin\alpha + \cos\alpha) \quad \text{Equação (8)}$$

Onde:  $A_{sw}$  = área total da armadura transversal;

$s$  = espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

$d$  = altura útil da seção;

$f_{ywd}$  = tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor de  $f_{yd}$  no caso de estribos;

$\alpha$  = ângulo de inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

A partir da Equação 8, substituiu-se  $V_{sw}$  pela Equação 7 e isolou-se  $A_{sw}$ . Como resultado, tem-se a Equação 9, que corresponde à área da seção transversal dos estribos ( $A_{sw}$ ) no Modelo de Cálculo I, para estribos verticais ( $\alpha = 90^\circ$ ) por metro linear ( $s = 100\text{cm}$ ).

$$A_{sw} = \frac{(V_{Sd} - V_c)}{0,9 d f_{ywd}} \quad \text{Equação (9)}$$



## 2.4 MODELO DE CÁLCULO II

Para realizar o comparativo entre os dois modelos, as armaduras transversais de todas as vigas foram dimensionadas também pelo Modelo de Cálculo II, mediante as equações disponíveis no item 17.4.2.3 da NBR 6118:2014. Assim como no Modelo de Cálculo I, inicialmente verificaram-se as condições de segurança descritas no item 2.2 do presente trabalho, que são iguais para os dois modelos. Encontrou-se a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, empregando a Equação 10.

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \sin^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad \text{Equação (10)}$$

Onde:  $\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$ , sendo  $f_{ck}$  (resistência característica do concreto a compressão) expresso em megapascal (MPa);

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

$b_w$  = menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil;

$d$  = altura útil da seção;

$\theta$  = ângulo de inclinação das bielas de concreto comprimidas;

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento.

Assim como no Modelo de Cálculo I, quando atendida a condição da Equação 1, encontrou-se a parcela  $V_c$ , igual a  $V_{c1}$  na flexão simples, por intermédio das Equações 11 e 12.

$$\text{Quando } V_{Sd} \leq V_{c0}, V_{c1} = V_{c0} \quad \text{Equação (11)}$$

$$\text{Quando } V_{Sd} = V_{Rd2}, V_{c1} = 0 \quad \text{Equação (12)}$$

Quando  $V_c$  estiver compreendido entre estes dois valores, interpola-se linearmente por meio da Equação 13, obtendo o valor de  $V_{c1}$  interpolado.

$$V_{c1} = V_{c0} \left( \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) \quad \text{Equação (13)}$$

A força cortante resistida pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ) é dada pela Equação 14.

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \text{ sen } \alpha \quad \text{Equação (14)}$$

Onde:  $A_{sw}$  = área da seção transversal dos estribos;

$s$  = espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal da peça;

$d$  = altura útil da seção;

$f_{ywd}$  = tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor de  $f_{yd}$  no caso de estribos;

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento;

$\theta$  = ângulo de inclinação das bielas de concreto comprimidas.

Na Equação 14, isolou-se  $A_{sw}$  e substituiu-se a componente  $V_{sw}$  pela Equação 7, resultando na Equação 15, que corresponde à área da seção transversal dos estribos ( $A_{sw}$ ) no Modelo de Cálculo II, para estribos verticais ( $\alpha = 90^\circ$ ) por metro linear ( $s = 100 \text{ cm}$ ).

$$A_{sw} = \frac{\tan \theta (V_{sd} - V_c)}{0,9 d f_{ywd}} \quad \text{Equação (15)}$$

## 2.5 ESPAÇAMENTO ENTRE ESTRIBOS

Para os dois modelos de cálculo, o espaçamento entre estribos ( $S$ ) foi calculado conforme a Equação 16.

$$S = \frac{100 n A_{sw\emptyset}}{A_{sw}} \quad \text{Equação (16)}$$

Onde:  $n$  = número de ramos;

$A_{sw\emptyset}$  = área de aço transversal de uma barra da armadura transversal;

$A_{sw}$  = área de aço da armadura transversal calculada para a viga.

Quanto ao espaçamento adotado, foi atendido o item 18.3.3.2 da NBR 6118:2014. O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do

elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo entre estribos ( $S_{\text{máx}}$ ) deve atender as condições impostas pela NBR 6118:2014, descritas nas Equações 17 e 18.

$$\text{Se } V_{\text{Sd}} \leq 0,67 V_{\text{Rd2}}, S_{\text{máx}} = 0,6 d \leq 300 \text{ mm} \quad \text{Equação (17)}$$

$$\text{Se } V_{\text{Sd}} > 0,67 V_{\text{Rd2}}, S_{\text{máx}} = 0,3 d \leq 200 \text{ mm} \quad \text{Equação (18)}$$

Onde:  $V_{\text{Sd}}$  = força cortante solicitante de cálculo na seção;

$V_{\text{Rd2}}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$d$  = altura útil da seção.

## 2.6 PLANILHA PARA O DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL

A partir das equações descritas nos itens anteriores, elaborou-se uma planilha eletrônica no software Microsoft Excel com o intuito de auxiliar no dimensionamento das armaduras transversais das vigas. Para a realização dos cálculos, necessita-se introduzir os dados de: largura ( $b_w$ ), altura útil ( $d$ ), resistência característica do concreto a compressão ( $f_{ck}$ ), resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal ( $f_{yk}$ ), força cortante de serviço ( $V_{sk}$ ), coeficientes de ponderação ( $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$  e  $\gamma_f$ ) e número de ramos ( $n$ ).

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 3.1 CONDIÇÕES DE SEGURANÇA

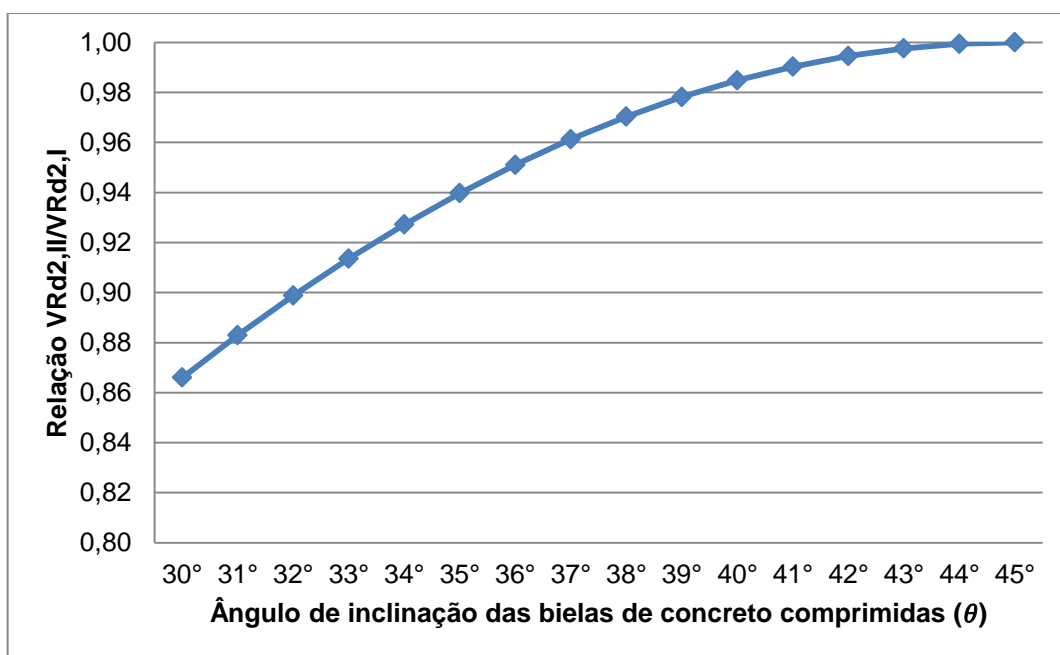
Nos dois modelos de cálculo, a força cortante máxima que pode ser resistida sem o esmagamento das bielas comprimidas de concreto é expressa por  $V_{\text{Rd2}}$ . A resistência da viga é assegurada quando o valor de  $V_{\text{Rd2}}$  é igual ou superior ao valor da força cortante solicitante de cálculo ( $V_{\text{sd}}$ ) naquela seção ( $V_{\text{sd}} \leq V_{\text{Rd2}}$ ). As Equações 10 e 5

são utilizadas para calcular a parcela  $V_{Rd2}$  nos Modelos II ( $V_{Rd2,II}$ ) e I ( $V_{Rd2,I}$ ), respectivamente. A razão entre as duas equações é mostrada na Equação 19.

$$\frac{V_{Rd2, II}}{V_{Rd2, I}} = \text{sen}(2\theta) \quad \text{Equação (19)}$$

Nota-se que essa relação depende somente do ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas de concreto comprimidas. Visto que o valor de  $V_{Rd2}$  é constante no Modelo de Cálculo I, devido ao ângulo  $\theta$  da biela de compressão ser fixo em  $45^\circ$ , a relação fica condicionada ao ângulo adotado no Modelo de Cálculo II. A Figura 4 ilustra a relação expressa na Equação 19 em função do ângulo  $\theta$  adotado no Modelo de Cálculo II.

Figura 4 – Relação  $V_{Rd2,II} / V_{Rd2,I}$ .



Fonte: Do autor (2016).

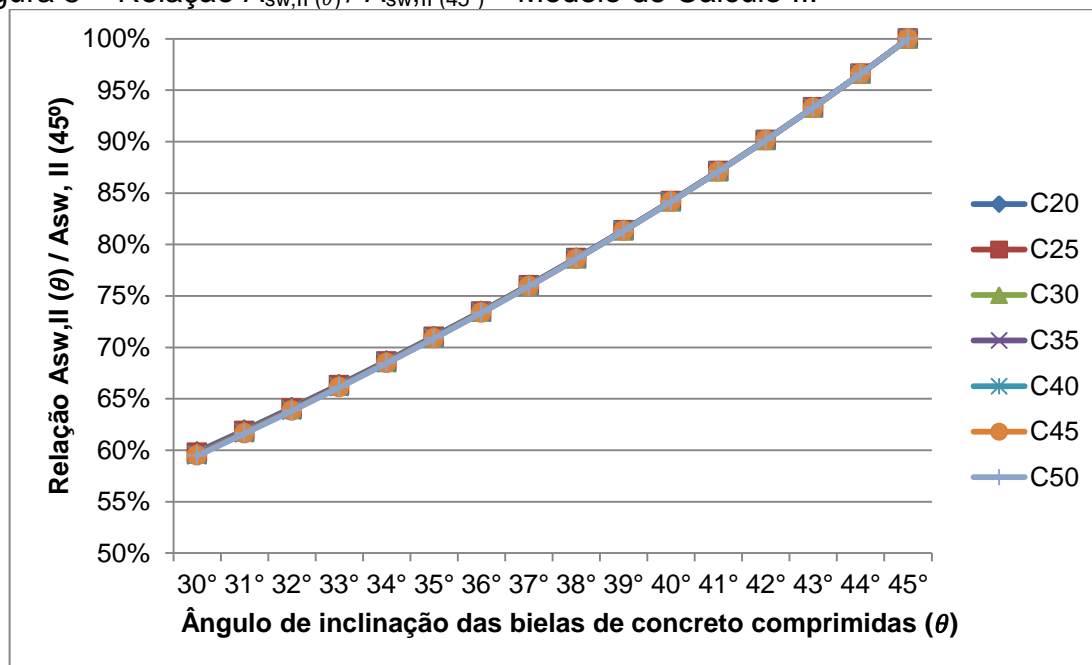
Ao analisar a Figura 4, nota-se que o menor valor de  $V_{Rd2,II}$  ocorre ao adotar ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$ , onde  $V_{Rd2,II}$  corresponde a 87% do valor de  $V_{Rd2,I}$ . À medida que o ângulo  $\theta$  aumenta, ocorre um aumento na relação  $V_{Rd2,II}/V_{Rd2,I}$ , elevando a capacidade resistente da viga (maiores valores de  $V_{Rd2,II}$ ). Quando o ângulo  $\theta$  atinge o limite de  $45^\circ$ , a relação torna-se igual a 1 e  $V_{Rd2,II}$  apresenta o mesmo valor de  $V_{Rd2,I}$ , único

caso onde os dois modelos resultam na mesma capacidade resistente. Percebe-se que ao dimensionar a mesma viga por ambos os modelos, a condição de segurança ( $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ ) pode mostrar-se satisfatória para o Modelo I e insatisfatória para o Modelo II, dependendo do ângulo escolhido para a biela de compressão no Modelo II.

### 3.2 ÂNGULO MAIS ECONÔMICO NO MODELO DE CÁLCULO II

Ao analisar apenas as áreas de aço dos estribos obtidas pelo Modelo de Cálculo II, para cada grau do ângulo  $\theta$  da biela de compressão entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , obteve-se a Figura 5. As vigas analisadas apresentaram a mesma tendência para cada classe de concreto, independente da seção transversal e valores de força cortante. Nessa análise, não foi considerada a armadura mínima, pois esse valor independe do ângulo da biela adotado.

Figura 5 – Relação  $A_{sw,II}(\theta) / A_{sw,II}(45^\circ)$  – Modelo de Cálculo II.



Fonte: Do autor (2016).

Como pode ser observado na Figura 5, o aumento do ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas conduz a maiores valores de área de aço da armadura transversal para todas as classes de concreto. Em primeira análise, o ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$  é a opção mais vantajosa economicamente por apresentar menores áreas de aço, já que a área dos

estribos para esse ângulo corresponde a aproximadamente 60% da área calculada com inclinação de 45°, considerando apenas o Modelo de Cálculo II. Entretanto, conforme exposto no item 3.1, o ângulo  $\theta$  de 30° implica em menores valores de  $V_{Rd2}$  em relação aos outros ângulos, o que leva, em algumas situações, ao não atendimento da verificação de segurança ( $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ ). Caso resultasse em  $V_{Sd} > V_{Rd2}$ , para continuar a trabalhar com o ângulo  $\theta$  de 30°, a viga necessitaria passar por alguma modificação a fim de inverter a situação e tornar  $V_{Rd2} \geq V_{Sd}$ . Como a carga a qual a viga está sujeita geralmente não pode ser reduzida, pode-se aumentar o valor de  $V_{Rd2}$  por meio do aumento da classe de concreto, altura útil ou largura da viga. Essas alterações podem ser economicamente desvantajosas, ficando a critério do projetista realizá-las, verificando se essas adequações atendem as condições particulares do seu projeto. Outra solução consiste em aumentar o ângulo  $\theta$  de inclinação das bielas, o que resulta em uma elevação no valor de  $V_{Rd2}$  e a condição de segurança pode passar a ser válida. Dessa forma, para o Modelo de Cálculo II, o ângulo  $\theta$  de 30° fornece a menor área de aço da armadura transversal, desde que atenda as condições de segurança impostas pela NBR 6118:2014.

A Equação 20 apresenta o menor ângulo de inclinação das bielas de concreto comprimidas que satisfaz a condição de segurança e que, por consequência, proporciona a menor área de aço da armadura transversal no Modelo de Cálculo II.

$$\theta = \arcsen \left[ \frac{V_{Sd}}{0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d} \right] / 2 \quad \text{Equação (20)}$$

Fonte: Do autor (2016).

Onde:  $V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo na seção;

$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$ , sendo  $f_{ck}$  expresso em megapascal (MPa);

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

$b_w$  = menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil;

$d$  = altura útil da seção.

Deve-se observar que, se a Equação 20 resultar em ângulos  $\theta$  menores que 30°, adota-se  $\theta$  igual a 30°. Caso a Equação 20 seja irresoluta, entende-se que a verificação de segurança não foi atendida.

### 3.3 CORRELAÇÕES ENTRE OS MODELOS DE CÁLCULO I E II

Para comparar os dois modelos de cálculo, relacionou-se as áreas de aço dos estribos obtidas no Modelo II ( $A_{sw,II}$ ) e no Modelo I ( $A_{sw,I}$ ). As vigas analisadas apresentaram as mesmas relações quando pertencentes à mesma classe de concreto, independente da seção transversal e valores de força cortante. A Figura 6 mostra a relação  $A_{sw,II}(\theta) / A_{sw,I}$  para cada classe de concreto e para cada grau de inclinação da biela de compressão. Nessa análise, não foi considerada a situação de armadura mínima, pois resultaria em valores iguais para os dois modelos e consequentemente em uma relação  $A_{sw,II}(\theta) / A_{sw,I}$  igual a 1.

Figura 6 – Relação  $A_{sw,II}(\theta) / A_{sw,I}$ .

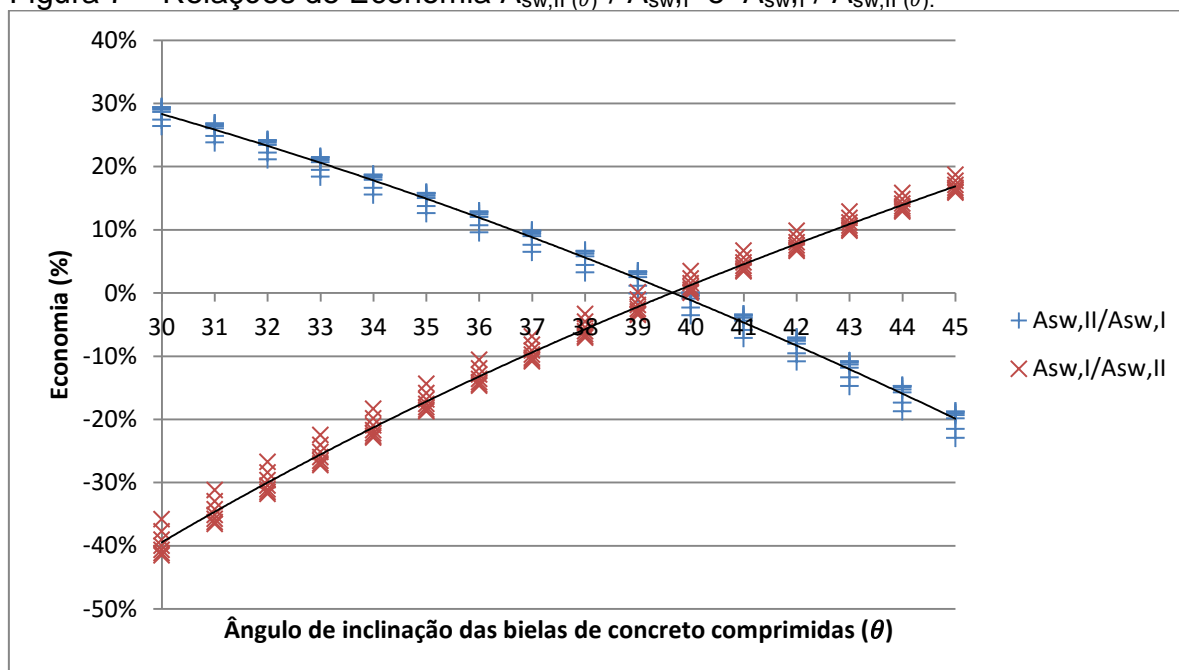
$\theta$ (°)	Classe de Concreto						
	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
30	0,74	0,73	0,72	0,71	0,71	0,71	0,71
31	0,76	0,75	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
32	0,79	0,78	0,77	0,77	0,76	0,76	0,76
33	0,82	0,81	0,80	0,79	0,79	0,79	0,79
34	0,84	0,83	0,83	0,82	0,82	0,82	0,81
35	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84
36	0,90	0,89	0,89	0,88	0,88	0,87	0,87
37	0,94	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90	0,90
38	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,94	0,93
39	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,97	0,97
40	1,04	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00
41	1,07	1,06	1,05	1,04	1,04	1,04	1,03
42	1,11	1,10	1,09	1,08	1,08	1,07	1,07
43	1,15	1,13	1,12	1,12	1,11	1,11	1,11
44	1,19	1,17	1,16	1,16	1,15	1,15	1,15
45	1,23	1,22	1,21	1,20	1,19	1,19	1,19

Fonte: Do autor (2016).

Entre os ângulos 39° e 40°, os valores das áreas de aço tendem a se igualar, fazendo com que a relação  $A_{sw,II}/A_{sw,I}$  tenda a 1, confirmando os estudos de DUARTE (2005), que afirma que em torno de 39° seria o ângulo limite para utilizar o Modelo II como mais econômico.

Como os comportamentos das classes de concreto são semelhantes, foi criada uma linha de tendência para melhor representar os diferentes resultados entre os modelos de cálculo. A Figura 7 ilustra os percentuais de economia entre os Modelos II e I.

Figura 7 – Relações de Economia  $A_{sw,II}(\theta) / A_{sw,I}$  e  $A_{sw,I} / A_{sw,II}(\theta)$ .



Fonte: Do autor, (2016).

No ponto em que a relação  $A_{sw,II}/A_{sw,I}$  tende a 1 na Figura 6, não ocorre diferença nas áreas de aço, independente da classe de concreto escolhida, o que também é possível observar na Figura 7. A partir desse ponto, o Modelo de Cálculo II deixa de ser o modelo mais vantajoso e a adoção do Modelo de Cálculo I proporciona maior economia, que pode chegar a 19% ao adotar-se o ângulo  $\theta$  de  $45^\circ$  no Modelo II. O Modelo de Cálculo II apresentou maior economia com o ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$ , podendo chegar a aproximadamente 30% em relação ao Modelo I, confirmando os estudos de BIROLO (2014) que obteve economia de 27,39% na área de aço da armadura transversal com  $\theta$  de  $30^\circ$  e utilizando concreto C25.



#### 4. CONCLUSÕES

A partir da análise dos resultados, ao correlacionar os dois modelos de cálculo, constatou-se que:

- A adoção do Modelo de Cálculo II com ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$  resulta em menores áreas de aço da armadura transversal, correspondendo a aproximadamente 60% da área calculada com inclinação de  $45^\circ$  no mesmo modelo. Entretanto, ao adotar o ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$ , a força cortante máxima que pode ser resistida sem o esmagamento das bielas comprimidas de concreto ( $V_{Rd2}$ ) é menor em relação aos outros ângulos, o que leva, em algumas situações, ao não atendimento da verificação de segurança ( $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ ).
- A economia do Modelo II, em relação ao Modelo I, pode chegar a 30% ao adotar-se o ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$ . O aumento do ângulo de inclinação das bielas comprimidas no Modelo II resulta em maiores valores de áreas de aço. Ao adotar ângulo  $\theta$  compreendido entre  $39^\circ$  e  $40^\circ$ , os valores das áreas obtidas pelos dois modelos se igualam e, a partir desse ponto, ao aumentar o ângulo  $\theta$ , a adoção do Modelo de Cálculo I proporciona maior economia, que pode chegar a 19% se comparado ao ângulo  $\theta$  de  $45^\circ$  no Modelo II.
- As relações entre as áreas de aço da armadura transversal obtidas pelos dois modelos independem da seção transversal da viga e do valor esforço cortante a qual está submetida, ficando condicionada apenas à classe de concreto escolhida.

#### 5. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Em relação a trabalhos futuros, sugere-se continuar a análise das armaduras transversais obtidas pelos dois modelos de cálculo em vigas de concreto armado com classes de resistência de C55 a C90, com intuito de confirmar a tendência obtida no presente estudo para concretos de C20 a C50.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: procedimentos. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. Apostila da disciplina Estruturas de Concreto II do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru, 2015.

BIROLO, Flávia Pasquali Bez. **Avaliação experimental de vigas de concreto armado submetidas ao mesmo esforço de cisalhamento, dimensionadas pelos dois diferentes modelos propostos pela NBR 6118:2014**. 2014. 19 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2014.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos, SP: EdUFSCar, 2014. 415 p.

DUARTE, Douglas de Souza. **Estudo comparativo entre os dois métodos propostos pela NBR 6118:2007 para o dimensionamento da armadura de cisalhamento em vigas sujeitas a flexão simples**. 2005. 87 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2005.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de Concreto**: solicitações tangenciais. São Paulo: Pini, 2008. 328 p.

RIBEIRO, Adriana Bicalho. **Projeto Semi-Probabilístico de Vigas de Concreto Armado com Modo de Falha por Cisalhamento**. 2012. 218 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.